

Valentin Gabriel Cristea

---

**Mulțimea numerelor naturale, operații, proprietăți, aplicații**

## **Editura ZVEN**

str. Boerescu Zaharia, nr. 2, R3/3  
130059, Târgoviște, Dâmbovița  
tel/fax: 0345 401 330; mobil: 0765 464 304  
[zven.print@gmail.com](mailto:zven.print@gmail.com) | [www.zven.ro](http://www.zven.ro)

Editor – Ion Anghel

Procesare text – Cristea Valentin Gabriel  
Tehnoredactare – Cristea Valentin Gabriel  
Coperta – Cristea Valentin Gabriel

### **CRISTEA, VALENTIN GABRIEL**

**Mulțimea numerelor naturale, operații, proprietăți,  
aplicații** / Valentin Gabriel Cristea. Târgoviște: Editura  
ZVEN, 2019

Conține bibliografie  
ISBN 978-606-8955-52-0

51

**VALENTIN GABRIEL CRISTEA**

**MULȚIMEA NUMERELOR  
NATURALE, OPERAȚII,  
PROPRIETĂȚI, APLICAȚII**



Târgoviște, 2019

Referent științific:  
Lect. univ. dr. Doina Mihai  
Universitatea „Valahia” din Târgoviște

Copyright © 2019 CRISTEA VALENTIN GABRIEL. All right reserved

---

Acest volum este protejat prin copyright. Reproducerea integrală sau parțială, multiplicarea prin orice mijloace și sub orice formă, fără permisiunea scrisă a deținătorului copyright-ului reprezintă o încălcare a legislației cu privire la protecția proprietății intelectuale și se pedepsesc conform legilor în vigoare.

---

## CUPRINS

INTRODUCERE.....	6
CAPITOLUL I ASPECTE PSIHO-PEDAGOGICE ALE COPILOR DE VÂRSTĂ ȘCOLARĂ MICĂ, CU IMPLICAȚII ÎN ÎNVĂȚAREA MATEMATICII.....	8
CAPITOLUL II MULȚIMEA NUMERELOR NATURALE, OPERAȚII, PROPRIETĂȚI.....	13
CAPITOLUL III APLICAȚII PRACTICE ÎN PREDAREA-ÎNVĂȚAREA OPERAȚIILOR ARITMETICE ÎN ÎNVĂȚĂMÂNTUL PRIMAR.....	35
CAPITOLUL IV CERCETAREA PEDAGOGICĂ.....	50
CONCLUZII.....	83
BIBLIOGRAFIE.....	87
ANEXE.....	92

## INTRODUCERE

În centrul preocupărilor actuale ale școlii românești de reformare curriculară trebuie să se afle cultivarea accentuată a gândirii logice a micilor școlari. Succesul acestui demers constă în descoperirea relațiilor matematice folosind argumentarea științifică a conceptelor și prin limbajul matematic modern.

Școala trebuie să ofere elevului suport în cunoaștere și adaptare. Progresul realizat trebuie să se fondeze pe descoperirea capacităților esențiale, pe cultivarea unei gândiri creative care să-i asigure elevului însușirea de sisteme logice prin activitate proprie. Obiectivele învățământului matematic provin din sarcinile generale ale școlii și din locul matematicii ca disciplină tehnico-științifică. Fiecare lecție în parte, ne arată o evaluare continuă a randamentului școlar, un far călăuzitor printre nivelul real de cunoștințe și deprinderi operaționale ale elevului.

Preocuparea pentru constituirea treptată a unui câmp motivațional adecvat oricărei forme de muncă pe care o desfășoară elevul constituie o cerință pedagogică a organizării muncii în școală. Orice cercetare pedagogică este efectuată pentru dezvoltarea și îmbunătățirii continue a procesului de învățământ. Ea urmărește generarea experienței pozitive sau crearea unei experiențe noi.

Tendențele actuale de dezvoltare a științei corespunde cu cercetarea de creare a experienței noi și cu creșterea gradului de participare conștientă a omului la progresele din toate domeniile. Matematica contribuie în mod esențial la formarea gândirii logice necesare la locul de muncă.

Capacitatea omului de a trece peste dificultăți este caracteristică fiecărei persoane în parte.

Învățarea matematicii exersează gândirea, întărește atenția și mărește puterea de concentrare în intensitate și durată și antrenează capacitatea de organizare logică a ideilor. Matematica mobilizează memoria logică, dezvoltă un ascuțit simț critic constructiv și gustul pentru obiectivitate și precizie.

**CAPITOLUL I**  
**ASPECTE PSIHO-PEDAGOGICE ALE COPIILOR DE VÂRSTĂ**  
**ȘCOLARĂ MICĂ, CU IMPLICAȚII ÎN ÎNVĂȚAREA**  
**MATEMATICII**

**Importanța și actualitatea temei**

Modernizarea învățământului matematic înseamnă în primul rând includerea în conținutul acestei discipline a descoperirilor acumulate și tratarea ei ca știință a structurilor precum și asimilarea lor într-o manieră modernă.

Învățământul primar are bogate valențe formative. Acolo se clădește sistemul de noțiuni și se studiază temeinic pe tot parcursul școlarității, acolo se formează deprinderile elementare intelectuale.

Înoirea învățământului matematic presupune aducerea la zi a conținutului acestui învățământ, a metodologiei lui, a relațiilor și structurilor, în jos până la ciclul preșcolar. La ciclul primar se formează noțiunea de operație, iar învățătorul trebuie să cunoască cu claritate definiția fiecărei operații cu numere naturale și proprietățile acestora. Aceste cunoștințe vor ușura înțelegerea noțiunii operației de adunare, scădere, înmulțire sau împărțire. Învățătorul va urmări conștientizarea de către elevi a procesului de cunoaștere a semnificației operațiilor, cât și a principiilor ce stau la baza aplicării lor în calcul.



Elevii din ciclul primar trebuie rezolve cât mai multe probleme pentru a avea o gândire matematică.

Primele sarcini ale elevilor din ciclul primar sunt să numere obiectele din jurul lor. La școala primară, noțiunea fundamentală ce se învață este noțiunea de număr natural și operațiile cu acestea. Aceste noțiuni constituie baza însușirii noțiunilor matematice în ciclul gimnazial. Afirmăm că cerința majoră a învățării matematicii la ciclul primar înseamnă asigurarea legăturii cu instruirea din învățământul gimnazial .

#### **Motivarea alegerii temei.**

Plecând de la ideea că matematica a devenit în zilele noastre un instrument indispensabil de lucru pentru toate științele și domeniilor tehnice, se impune ca în centru preocupărilor actuale ale școlii românești să se afle cultivarea accentuată a gândirii micilor școlari, prin evidențierea relațiilor matematice, prin argumentarea științifică a conceptelor și promovarea limbajului matematic modern.

Alegerea acestei teme este motivată de importanța deosebită a înțelegerii noțiunii de număr natural.

Activitatea la clasă mi-a dat posibilitatea să observ că uneori elevii din ciclul primar întâmpină greutăți în însușirea operațiilor aritmetice. Am observat că pentru a da posibilitatea de asimilare de către toți elevii a unui minim de cunoștințe și tehnici de lucru trebuie:

- să se țină seama de etapele dezvoltării psihopedagogice ale copilului;
- să aplicăm în practică a cunoștințelor dobândite.

Stilul de lucru și procedeele au o importanță deosebită pentru realizarea unui învățământ activ formativ al matematicii.

Interesul elevilor în dobândirea de noi cunoștințe profunde și solide se poate stimula prin implicarea lor în activități complexe de învățare, prin descoperirea cunoștințelor. Elevii trebuie să fie participanți activi în timpul activităților de la clasă, nu receptori pasivi ai informației. În cadrul activităților desfășurate în clasă, elevii trebuie să fie cât mai activi pentru a obține rezultate mai bune în ceea ce privește socializarea, latura cognitivă și cea motivațională. Cu cât elevii nu sunt antrenați la lecție, cu atât ei se plictisesc și își caută alte ocupații.

Scopul cercetării este utilizarea diferitelor metode pentru obținerea unei învățări individuale cât mai bune.

Scopul activității matematice este de a-i instrui elevului intelectul, procesele de cunoaștere, de a-l face capabil să descopere relații abstracte cu aplicații în activitatea obisnuită.

Alegerea temei a fost justificată și de întrebarea: Ce strategii și procedee putem folosi pentru a ușura înțelegerea noțiunilor privind predarea-învățarea operațiilor aritmetice în învățământul primar? Am constatat că problematizarea și rezolvarea de probleme reprezintă metode eficiente de lucru cu elevii din clasele primare. Elevii descoperă numerele naturale prin operațiile aritmetice cu numere naturale. Prin aplicarea acestor metode elevul participă conștient și activ la autodezvoltarea sa pe baza unei căutări a răspunsurilor la problemele formulate. Ele sunt capabile să producă un declic între experiența de cunoaștere dobândită și o nouă viziune care se înfiripă în capacitatea cognitivă.

Cunoașterea școlărilor mici ne arată o mare importanță în abordarea strategiilor didactico-educative.

Dezvoltarea potențialului de gândire și creativitate se realizează prin activități care solicită rezolvarea de probleme și originalitatea.

În cadrul lecțiilor de matematică, problematizarea și rezolvarea de probleme aduce varietate în exercițiul matematic, înviorează activitatea iar aceste demersuri devin deprinderi.

### **Ipoteza de lucru și obiectivele cercetării .**

„Cercetarea psihopedagogică” este definită de mai multe funcții: explicația praxiologică, predictivă și sistematizarea referențială și informațională.

Cercetarea trebuie să fie dirijată până la experimentarea de tip formativ. Cercetarea pedagogică este întreprinsă pentru dezvoltarea și perfecționarea continuă a procesului de învățământ. La baza cercetării există o discrepanță uneori între eforturile ce se fac pentru realizarea unei calități superioare de învățământ și rezultatele care se obțin.

Activitatea de documentare, convorbirile, dezbaterile și clarificările rezultatelor înlesnesc găsirea problematicii cercetării, adică ce trebuie cercetătorul să aprofundeze. Folosind bibliografia, schemele, modelele explicative, paradigmele furnizate de lucrările de referință, cercetătorul definește un cadru teoretic ce corespunde temei respective și explicitează propria problematică are propria abordare. Practica pedagogică oferă multiple posibilități de investigare, deoarece ea necesită găsirea de soluții pentru a fi rezolvate.

Procesul formării conceptului de număr natural se bazează pe noțiunea de mulțime și introducerea operațiilor cu numere naturale folosind

operațiile cu mulțimi de obiecte. Acestea constituie baza intuitiv-corectă pentru aflarea de către elevi a operațiilor cu numere naturale.

În cercetarea efectuată s-a elaborat *ipoteza* că problematizarea și rezolvarea de probleme, prin utilizarea și întregirea adecvată în lecțiile de matematică, poate duce la creșterea eficienței învățării noțiunilor matematice și la progresul școlar al elevilor din ciclul primar.

În vederea demonstrării acestei judecăți am vizat folosirea unor metode de cercetare: experimentul, observarea, testarea cunoștințelor.

În cadrul cercetării s-au urmărit următoarele obiective:

- 1) Cunoașterea trăsăturilor psihice ale copiilor și stabilirea acestora;
- 2) Integrarea optimă a proceselor de evaluare în activitățile matematice prin utilizarea metodelor specifice;
- 3) Analiza comparativă a datelor inițiale și finale ;
- 4) Utilizarea descriptorilor drept criterii unice de măsurare obiectivă a rezultatelor școlare la matematică;
- 5) Evaluarea inițială a cunoștințelor privind operațiile de adunare și scădere a numerelor naturale;
- 6) Evaluarea finală a cunoștințelor despre adunarea și scăderea numerelor naturale;
- 7) Evidențierea unor concluzii.

## BIBLIOGRAFIE

1. **ADAMSON, I.**, (1998) *A Set Theory Workbook*, BIRKHÄUSER, Boston;
2. **ARON, Ioan**, (1973) *Metodica predării aritmeticii la clasele II-IV Manual pentru licee pedagogice*, Editura DIDACTICĂ ȘI PEDAGOGICĂ, București;
3. **BECHEANU, M. et al.**, (1983) *Algebră pentru perfecționarea profesorilor*, Editura DIDACTICĂ ȘI PEDAGOGICĂ, București;
4. **BERECHET, Daniela**, (2018) *Matematică Consolidare Modalități de lucru diferențiate Clasa a IV-a*, Editura PARALELA 45, București;
5. **BLOCH, E.D.**, (2011) *Proofs and Fundamentals*, 2nd ed. SPRINGER, New York;
6. **BONTAȘ, Ioan**, (2001) *Pedagogie. Tratat*, Editura ALL, București;
7. **BREAZ, S., COVACI, R.**, (2006) *Elemente de logică, teoria mulțimilor și aritmetică*, Editura FUNDAȚIEI PENTRU STUDII EUROPENE, Cluj-Napoca;
8. **BUSNEAG, Dumitru, CHIRTES, Florentina, PICIU, Dana**, (2007) *Complemente de aritmetică și teoria elementară a numerelor*, Editura GIL, Zalău;
9. **CARCEA, M.I.**, (2001) *Introducere în pedagogie*, Editura UNIVERSITĂȚII TEHNICE GH. ASACHI, Iași;

10. **CÂRJAN, Florin**, (2002) *Didactica matematicii*, Editura CORINT, București;
11. **CONSTANTIN, R., ș.a.**, (2009) *Predarea-învățarea interactivă centrată pe elev*, MECTS, București;
12. **DOTTRENS, Robert** (coord.), (1970) *A educa și a instrui*, Editura DIDACTICĂ ȘI PEDAGOGICĂ, București;
13. **EPP, S.**, (2011) *Discrete Mathematics with Applications*, 4th ed. BROOKS/COLE, Boston;
14. **GALLIER, J.**, (2011) *Discrete Mathematics*, 2nd ed. SPRINGER VERLAG, New York;
15. **GORGHIU, Gabriel, DRĂGHICESCU, Luminița Mihaela** (coordonatori), (2014) *Educație prin științe Aspecte referitoare la instruirea bazată pe investigație științifică*, Editura BIBLIOTHECA, Târgoviște;
16. **GRÄTZER, G.**, (2008) *Universal Algebra*, 2nd ed. SPRINGER VERLAG, Berlin;
17. **ION, I.D., NĂSTĂSESCU, C., NIȚĂ, C.**, (1984) *Complemente de algebră*, Editura ȘTIINȚIFICĂ ȘI ENCICLOPEDICĂ, București;
18. **ION, I.D., RADU, N.**, (1981) *Algebra*, Editura DIDACTICĂ ȘI PEDAGOGICĂ, București;
19. **ION, I.D., RADU, N., NIȚĂ, C., POPESCU, D.**, (1981) *Probleme de algebră*, Editura DIDACTICĂ ȘI PEDAGOGICĂ, București;
20. **IONESCU, M., CHIS, V.**, (1992) *Strategii de predare și învățare*, Editura ȘTIINȚIFICĂ, București;

21. MANIN, Yu. I., (2010) *A Course in Mathematical Logic for Mathematicians*, 2nd ed. SPRINGER-VERLAG, New York;
22. MIHAI, Doina, (2018) *Curs Matematică Pedagogia Învățământului Primar și Preșcolar anul I*, UNIVERSITATEA VALAHIA DIN TÂRGOVIȘTE;
23. MIHĂESCU, Mirela, PACEARCĂ, Ștefan, DULMAN, Anița, ALEXE, Crenguța, BREBENEL, Otilia, (2016) *Matematică Clasa a IV-a*, Editura INTUITEXT, București;
24. MORTICI, Cristinel, (2008) *Bazele matematicii*, Editura MINUS, Târgoviște;
25. NĂSTĂSESCU, C., NIȚĂ, C., VRACIU, C., (1986) *Bazele Algebrei*, vol. I, Editura Academiei R.S.R., București;
26. NEACȘU, Ioan (coord.), (1988) *Metodica predării matematicii la clasele I – IV*, Editura DIDACTICĂ ȘI PEDAGOGICĂ, București;
27. OPREA, Crenguța Lăcrămioara, (2008) *Strategii didactice interactive*, Editura DIDACTICĂ ȘI PEDAGOGICĂ, București;
28. PANAITOPOL, L., GICA, A., (2002) *O introducere în aritmetica și teoria numerelor*, Editura UNIVERSITĂȚII BUCUREȘTI, București;
29. PARASCHIVA PURCARU, M.A., (2008) *Metodica activității matematice*, Editura UNIVERSITĂȚII TRANSILVANIA, Brașov;
30. PURDEA, I., (1996) *Culegere de probleme de algebră. Relații, funcții și algebre universale*, LITOGRAFIA UNIVERSITĂȚII BABEȘ BOLYAI, Cluj-Napoca;

31. REGHIȘ, M., (1981) *Elemente de teoria mulțimilor și logică matematică*, Editura FACLA, Timișoara;
32. ROSS, K. A., WRIGHT Ch., (2003) *Discrete Mathematics*, PEARSON EDUCATION, New Jersey;
33. ROȘU, Mihail, DUMITRU, Alexandrina, ILARION, Niculina, (2000) *Ghidul învățătorului Matematică pentru clasa I*, Editura ALL, București;
34. SALADE, D., PĂUN, E., ȚURCAȘ, Margareta, (1981) *Pedagogie Manual pentru clasa a XI-a – licee pedagogice (învățători)*, Editura DIDACTICĂ ȘI PEDAGOGICĂ, București;
35. SCORPAN, A., (1996) *Introducere în teoria axiomatică a mulțimilor*, Editura UNIVERSITĂȚII BUCUREȘTI, București;
36. VAN DERWAERDEN, B.L., (1985) *A History of Algebra*, SPRINGER-VERLAG, Berlin;
37. VELICU, Georgiana, (2016) *Aspecte psihopedagogice și metodologice la disciplina matematică pentru ciclul primar și preșcolar*, Editura BIBLIOTHECA, Târgoviște;
38. VRACIU, C., VRACIU, M., (1998) *Elemente de aritmetică*, Editura ALL, București;
39. ZLATE, Ș., ș.a., (2011) *Strategii moderne de predare-învățare-evaluare*, POSDRU, ianuarie.
40. \*\*\* MEN, CNC, (1998) *Curriculum Național. Programe școlare pentru învățământul primar*, București;
41. \*\*\* MECT, CNFPIP, (2003) *Ghidul programului de informare / formare a institutorilor /învățătorilor*, București;



42. \*\*\* SNEE, CNC, (2003) *Descriptori de performanță pentru învățământul primar*, București;
43. \*\*\* UNIVERSITATEA VALAHIA DIN TÂRGOVIȘTE, FACULTATEA DE TEOLOGIE ORTODOXĂ ȘI ȘTIINȚELE EDUCAȚIEI, (2019) *Pedagogia Învățământului Primar și Preșcolar, Ghid de redactare a lucrărilor de licență/disertație/absolvire.*

**TIPARUL EXECUTAT LA TIPOGRAFIA:**



[www.zven.ro](http://www.zven.ro)

[zven.print@gmail.com](mailto:zven.print@gmail.com)

tel./fax: 0345 401 330

mobil: 0765 464 304

str. Gabriel Popescu, nr. 3, Târgoviște, Dâmbovița

---

Cristea Valentin Gabriel declară că prezentul volum îi aparține și că nu încalcă drepturile intelectuale ale niciunei alte persoane. Drept urmare își asumă întreaga răspundere, conform legislației în vigoare, atât pentru forma, cât și pentru conținutul volumului de față.

---